

# Juoksumatkoista ja maantiereittien mitoista

pih 7.7.2015, v1.0: Ensimmäinen julkaistu versio. Tekstin selkeys kaipaa hiomista.

## Osa 1: Juoksijan kulkema matka

### Johdanto

"Paljonko juoksit?" on yksi tyypillinen kysymys lenkiltä palaavalle juoksijalle. Kysymykseen odotetaan siis vastaukseksi lenkin pituutta. Useimmat juoksua harrastavat antavat kysymykseen luontevasti jonkun vastauksen, mutta mitä se juoksun mitta oikeastaan tarkoittaa?

Tässä kirjoitussarjassa käsitellään juoksureittien ja juoksujen mittoihin ja mittaukseen liittyviä kysymyksiä. Maantiejuoksuissa ja varsinkin maastossa tai epämääräisillä alustoilla juoksureittien mitat eivät ole lainkaan yksiselitteisiä ja mitään absoluuttisia totuuksia ei edes ole olemassa.

Kirjoitussarjan ensimmäisessä osassa pohditaan sitä kuinka voitaisiin määritellä mitä tarkoitetaan juoksijan lenkin aikana kulkemalla matkalla. Tulevissa muissa osissa tarkastellaan ainakin maantiereittien määrittelyä ja mittauksen tarkkuuteen liittyviä kysymyksiä.

### Juoksureitin pituus vs. juoksijan kulkeman matkan pituus

Juoksukilpailuissa yleensä määritellään reitti, joka juoksijan on kilpailun aikana kuljettava. Kilpareitillä on joku mitta  $x$  km, joka on mahdollisesti virallisesti mitattu tai muilla keinoin arvioitu. Kun juoksija on kilpasuorituksensa tehnyt, niin hän on siis juossut  $x$  km. Sama periaate toimii omilla lenkeilläkin, kun juoksee jonkun tunnetun vakioreitit. Kun käyn kotoa kiertämässä lidesjärven, niin tiedän lenkin pituudeksi 8.0 km ja merkitsen exceliini harjoituksen pituudeksi 8.0 km.

Juoksijan kulkeman matkan arviointi "tunnetun" juoksureitin pituuden perusteella lienee yleisin tapa tehdä juostun matkan määrittely. Vaikka unohtettaisiin tuohon "tunnetun" reitin pituuteen liittyvät epävarmuudet, niin todellisuudessa kaksikin eri juoksua samalla reitillä eivät kuitenkaan ole täsmälleen yhtä pitkiä minkään järkevä tarkemman määrittelyn mukaisesti. Ei ole realistista, että juoksija kulkisi reitin kaksi kertaa täsmälleen samalla tavalla.

Kun rataisoissa juostaan vaikkapa 1500m kilpailua, niin selostaja usein kommentoi toisella tai kolmannella radalla juoksevan kilpailijan joutuvan kiertämään "ylimääräisiä metrejä" ja se vaikeuttaa hänen asemaansa. On katsojallekin itsestään selvää, että ulkoratoja kiertävä juoksija juoksee kilpailun aikana pitemmän matkan kuin 1500m.

GPS-mittarien yleistyttyä harrastelijat usein maratonin jälkeen keskustelufoorumeilla pohtivat paljonko tuli "juostua ylimääräistä". On yleisesti tiedossa, että maratonreitit mitataan ns. lyhintä mahdollista reittiä ja jos juoksija ei huolellisesti optimoi omia juoksulinjojaan, niin hän oletettavasti juoksee kisan aikana enemmän kuin 42195 metriä (jälleen siis ottamatta huomioon itse kisareitin mittaan liittyviä kysymyksiä).

Toivottavasti yllä olevat esimerkit tekevät selväksi mitä yhtäällä tarkoitan juoksureitin pituudella ja toisaalta juoksijan kulkeman matkan pituudella. Juoksureittien huolellinen määrittely ja mittaus on jo monimutkaista ja siitä on omat sääntönsä, mutta juoksijan kulkeman matkan määrittäminen, saati sitten tarkka mittaus, on vielä kertaluokkaa vaikeampaa (tai jopa mahdotonta). Onneksi juoksukilpailujen kannalta juoksijan kulkemalla matkalla ei ole yleensä mitään merkitystä vaan kilpailut perustuvat puhtaasti juoksureittien pituuksiin. Tämän takia juoksukilpailujen säännöissä ei ole ollut tarvetta määritellä muuta. Ja usein kilpailussa juoksureitin pituudellakaan ei ole merkitystä, kunhan se on periaatteessa sama kaikille kilpailijoille.

Juoksijan kulkeman matkan pituudella on tietysti merkitystä myös siinä yleisessä tapauksessa, että harjoituslenkki tehdään jossain muualla kuin tunnetun mittaisella juoksureitillä. Yleinen tapa mitata juostu matka tällöin on kuljettaa mukana GPS-vastaanotinta, joka mittaa laitteen kulkemaa matkaa jollakin tavalla.

## Juoksijan kulkeman matkan määrittelystä ja mittaustarkkuudesta

On selvää, että tunnetun juoksureitin pituuden tai GPS-mittarin antaman lukeman käyttö estimoimaan juoksijan kulkemaa matkaa on käytännössä täysin kelvollinen menetelmä useimpiin tarkoituksiin. Minulla ei itselläni ole mitään ongelmia käyttää noita lukemia harjoituspäiväkirjassa juoksulenkkien pituutena ja ne täyttävät tuon tarpeen täydellisesti. On kuitenkin epätydyttävää ja jopa erikoista, että kuljetulle matkalle ei ole mitään tarkkaa määritelmää. En ole itse ikinä nähnyt yritystä määritellä kuljettua matkaa siten, että se vastaisi yleistä käsitystä juostun matkan pituudesta *ja* olisi matemaattisesti tarkka. Itse asiassa on melko erikoista puhua edes mittauksen tarkkuudesta, jos mitattavaa asiaa ei ole määritelty!

Ongelma syntyy siitä, että juoksu ei tuota mitään yksiselitteistä ”jälkeä”, jonka mittaamalla voisi päätyä juostuun matkaan. Raajat liikkuvat sinne tänne ja jalat osuvat maahan eri paikoissa ja ylävartalo saattaa vielä heilua. Välillä hypätään ojan yli ja välillä astutaan kuoppaan tai kompastutaan kantoon. Ei todellakaan ole selvää mikä tarkalleen on kuljettu matka.

Maantiereittien mittauksen säännöissä sanotaan, että mittaus tulee tehdä lyhintä mahdollista reittiä siten, että juoksija ei voi juosta mittausta lyhyempää matkaa. Kuitenkaan säännöissä ei sanota mitään siitä miten tuo juoksijan kulkema matka mitattaisiin tai mitä sillä tarkoitetaan. Sitä pidetään jotenkin itsestäänselvänä.

Juoksun harrastajien kuulee usein lenkin jälkeen toteavan GPS-mittaristaan jotain tyyliin ”Onpa tämä mittari tarkka! Se näyttää 10.04km!”. Tämäkin toteamus sisältää oletuksen, että on olemassa joku ”oikea” luku, josta 10.04km on tarkka mittatulos. Mutta eihän tuolla juoksijalla ole oikeasti mitään perustetta sanoa, että 10.04km on tarkka mittatulos jostain, mitä ei ole edes määritelty ja jota juoksija ei ainakaan tiedä! Ilmeisesti juoksija tarkoittaa ”tarkkuudella” vain sitä, että mittari ei ole niin epätarkka, että näyttäisi jotain ilmeisen väärää, kuten vaikkapa 15km, kun on kierretty noin 10km pituinen juoksureitti. Siitä tuskin kannattaa mittarin tarkkuutta kuitenkaan hurrata.

Tämän kirjoituksen tarkoituksena on etsiä universaalisti kelvollista määritelmää juoksijan kulkemalle matkalle maastosta ja tyylistä riippumatta. Maantiereittien mittaukseen liittyen on todettava, että ehkä tuo juoksijan kulkeman matkan pitäminen itsestäänselvänä ei ole kuitenkaan niin erikoista. Kun juoksualusta oletetaan melko tasaiseksi ja sileäksi asfalttitieksi, niin juoksijan massakeskipisteen

projektio juoksualustaan jättää mitattavan jäljen, jota tuossa käytännössä tarkoitetaan juoksijan kulkeman matkan mittana vaikka sitä ei missään sanotakaan. Se ei kuitenkaan kelpaa yleiseksi määritelmäksi ja siinä voi olla ongelmansa myös maantiereiteillä, kuten tässä kirjoituksessa tullaan osoittamaan.

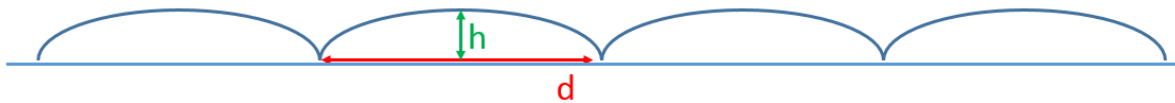
## Massakeskipisteen liikkeen käyttö kuljetun matkan määrittelemiseen

Alkeellisin mahdollinen tapa mitata kuljettu matka voisi olla määritellä ensin juoksulle alkupiste ja loppupiste (vaikkapa ensimmäisen ja viimeisen askeleen jalkaterän jättämää pistettä käyttäen), ja sitten mitata näiden pisteiden välinen etäisyys. Tämä juostun matkan määrittely ei varmaankaan tyydyttäisi useimpia harrastajia, ja varsinkaan niitä, jotka aloittavat ja lopettavat lenkinsä kotipihasta.

On siis melko selvää, että kelvollisen määritelmän tulee sisältää tapa seurata kehon liikkeitä koko lenkin ajan. Luonnollinen yritys määritellä juoksijan kulkema matka olisi käyttää juoksijan massakeskipisteen (käytännössä sama kuin juoksijan painopiste) kulkemaa matkaa lenkin aikana. Tässä määritelmässä on kuitenkin yksi merkittävä ongelma ja toinen vähäisempi ongelma.

Merkittävä ongelma on se, että juoksussa juoksijan keho liikkuu myös vertikaalisesti ylös-alas-suunnassa ponnistuksen viedessä massakeskipistettä ylös ja painovoiman tuodessa sen taas alas. Tuo vertikaalinen liike tulisi laskettua mukaan juoksumatkaan, jos matka määriteltäisiin massakeskipisteen liikkeenä. Vertikaalisen edestakaisen liikkeen ottaminen mukaan laskuun ei kuitenkaan vastaa yleistä käsitystä kuljetun matkan pituudesta. Jos esim. juoksija juoksee 25 kierrosta radalla hienosti sisärataa pitkin, niin ”oikea vastaus” kuljetuksi matkaksi on ilmiselvästi noin 10000m. Kuitenkin massakeskipiste on liikkunut tuona aikana selvästi pitemmän matkan ja ero voi olla varsin merkittävä. Tämän takia massakeskipisteen liike ei ole hyvä määritelmä kuljetulle matkalle.

Massakeskipisteen kulkemalla matkalla on toki selvä fyysinen merkitys ja sen kulkema matka on jossain suhteessa juoksussa tehtyyn työhön. Onkin mielenkiintoista tutkia kuinka paljon juoksun askellus vaikuttaa massakeskipisteen kulkemaan matkaan.



Juoksu voidaan yo kuvan mukaisesti mallintaa massakeskipisteen liikkeen osalta sarjaksi paraabeleita, jossa askelpituus on  $d$  ja askeleen korkeus (=massakeskipisteen vertikaalinen liike) on  $h$ . Arvelisin useimpien juoksijoiden askelpituuden lenkillä osuvan välille 0,8-2,0 metriä. Askelkorkeus vaihdellee välillä 5-15 cm.

Nykyisin monet ranteessa kuljetettavat juoksutietokoneet mittaavat myös askelpituutta ja askelkorkeutta ja niiden avulla voi itse kukin saada jonkinlaisen arvion omasta askeleestaan eri vauhteilla. Esim. kun minä juoksin Hampurissa maratonin 2014 (aika 3.05), niin askelpituuteni oli noin 1,29 metriä ja askelkorkeuteni noin 10,3 cm. Näillä arvoilla laskettuna kuljetin massakeskipistettä maratonin aikana noin 650 ”ylimääräistä” metriä verrattuna siihen, että en olisi pomppinut ylös-alas-suunnassa lainkaan.

Askeleella on yllättävän suuri merkitys tuohon ”ylimääräiseen” matkaan. Hidas aloitteleva juoksija minimaalisella 80 cm askelpituudella ja pomppivalla 15cm korkealla askeleella liikuttaa massakeskipistettään maratonilla melkein 3700 ylimääräistä metriä, kun taas kenialainen huippujuoksija 5cm korkealla 2m pitkällä askeleella kulkee ylimääräistä matkaa vain noin 70 metriä!

Oheinen taulukko kuvaa metreinä massakeskipisteen kulkeman ”ylimääräisen” matkan maratonin aikana askeleen pituuden ja korkeuden funktiona.

<b>Askelkorkeus / Askelpituus</b>	<b>0.05</b>	<b>0.06</b>	<b>0.07</b>	<b>0.08</b>	<b>0.09</b>	<b>0.1</b>	<b>0.11</b>	<b>0.12</b>	<b>0.13</b>	<b>0.14</b>	<b>0.15</b>
<b>0.8</b>	435	625	846	1100	1384	1697	2040	2410	2807	3229	3675
<b>0.9</b>	345	495	671	873	1100	1351	1625	1923	2242	2583	2945
<b>1</b>	280	402	545	709	894	1100	1324	1568	1831	2112	2410
<b>1.1</b>	231	332	451	588	742	912	1100	1303	1523	1758	2008
<b>1.2</b>	195	280	380	495	625	769	927	1100	1286	1485	1697
<b>1.3</b>	166	238	324	422	533	657	792	940	1100	1271	1453
<b>1.4</b>	143	206	280	365	460	567	685	813	951	1100	1258
<b>1.5</b>	125	179	244	318	402	495	598	709	831	961	1100
<b>1.6</b>	110	158	214	280	353	435	526	625	731	846	969
<b>1.7</b>	97	140	190	248	313	386	466	554	649	751	860
<b>1.8</b>	87	125	170	221	280	345	417	495	580	671	769
<b>1.9</b>	78	112	152	199	251	310	374	445	521	603	691
<b>2</b>	70	101	137	179	227	280	338	402	471	545	625

Toinen vähäisempi ongelma massakeskipisteen liikkeen käytössä juoksumatkan mittarina on se, että massakeskipistettä voi siirtää paikallaan seisten vaikkapa käsiään liikuttamalla. Kuitenkaan mielestäni järkevän juoksumatkan mittarin ei voi hyväksyä tuottavan liikettä paikallaan seistessä.

Massakeskipisteen liikkeen käyttö juoksumatkan mittarina olisi erittäin houkutteleva vaihtoehto, jos ylös-alas-liikkeen ja muun ”väärän” liikkeen voisi eliminoida, mutta sitä ei voi tehdä tekemättä liian rajoittavia oletuksia juoksijan hyväksyttävästä liikkeestä ja sitä kautta juoksualustasta. Liikkuuhan massakeskipiste vertikaalisuunnassa myös maaston muotojen takia ja tuo liike on laskettava juoksumatkaan.

On todettava, että ratajuoksussa voitaisiin hyvin käyttää juoksumatkan mittarina massakeskipisteen projektiota ratatasoon ja se antaisi järkevän mittarin (lukuunottamatta siis tuota pienempää ongelmaa liikkeestä paikallaan seisten). Tämän mahdollistaa se, että ratajuoksussa juoksualusta voidaan olettaa matemaattiseksi vaakasuoraksi tasoksi. Pienin lisärajoituksin massakeskipisteen projektiosta juoksualustaan saataisiin kelvollinen mittari myös hyväkuntoisella asfaltilla tapahtuviin katujuoksuihin, jos oletetaan asfaltin pinta sileäksi ja ”hyvin käyttäytyväksi” paikan funktioksi ilman kuoppia tai muita epäjatkuvuuksia. Ratajuoksu ja erinomaisella teoreettisella asfaltilla tapahtuva juoksu ovat kuitenkin erikoistapauksia ja etsin määritelmää, joka on täysin juoksualustasta riippumaton ja toimisi vaikkapa suunnistuksessa metsässä.

## GPS-mittarin käyttö kuljetun matkan mittaamisessa

Kehon massakeskipisteen vertikaalisen liikkeen ongelma pätee tietysti kaikkiin muihinkin kehon osiin, joten minkään kehon osan liikkeen käyttö suoraan matkan mittaamiseen ei tuota teoreettisesti tyydyttävää tulosta. Ongelma vielä korostuu raajojen osalta, koska niiden liike sisältää muitakin kehon kokonaisliikkeen kannalta epäoleellisia komponentteja.

GPS-mittari on yleisin juoksijan kulkeman matkan mittaamiseen käytetty laite ja sitä useimmiten kuljetetaan ranteessa. Periaatteessa voisi kuvitella, että mittari pyrkii mittaamaan oman liikkeensä juoksun aikana, eli käytännössä siis juoksijan ranteen liikkeen. Teroreettisesti tuskin kukaan on sitä mieltä, että ranteen juoksun aikana tekemä liikerata olisi matemaattisesti tyydyttävä määritelmä kuljetusta matkasta.

Asian tekee vielä mielenkiintoisemmaksi se, että todellisuudessa GPS-mittarit eivät edes pyri mittaamaan omaa liikettään tarkasti, vaan ne mittaavat jotain muuta. Mutta mitä ne mittaavat? Minkään mittarin käyttöohjeissa tai teknisissä tiedoissa en ole nähnyt tietoa siitä, että mitä se mittarin matkamittari pyrkii mittaamaan. On selvää, että joku ajatus mittarien suunnittelijoilla mitattavasta suureesta täytyy olla, mutta sitä ei ole ainakaan näkyvästi julkistettu. Erilaisia tietoja on saatavilla käytetyistä algoritmeista matkan laskemiseen, mutta ei mitään kovin selkeää ja algoritmit lienevätkin liikesalaisuuksia. Lisäksi algoritmit vastaavat vain kysymyksiin *kuinka* mittausta tehdään, mutta eivät siihen *mitä* yritetään mitata. Jälkimmäisen voi toki yrittää algoritmeista itse päätellä. Tietenkin mittarivalmistajat sanovat, että mittari mittaa juostua matkaa, mutta kuten tässä on jo todettu, niin se ei tarkoita mitään kovin yksiselitteistä.

Miksi sanon, että GPS-mittari ei yritä mitata omaa liikettään tarkasti? No juuri sen takia, että tuo liike ei kenenkään mielestä edusta kovin hyvää mallia kuljetusta matkasta. Itse kukin voi tehdä kokeen, jossa seisoo paikallaan ulkona tunnin ajan GPS-mittari ranteessa ja heiluttaa kättään laajassa kaaressa edestakaisin (sitä kättä, jossa mittari on ranteessa). Mittarin saa helposti liikkumaan useita kilometrejä tunnin aikana, mutta mittatulokset ei todellakaan vastaa tuota totuutta. Syy ei ole mittaustarkkuudessa vaan siinä, että mittari ei laske edestakaista liikettä kunnolliseksi juoksijan kulkemaksi matkaksi. Kuitenkin järkevän kuljetun matkan mittarin pitää mielestäni hyväksyä myös metrin radalla edestakaisin juostu matka. Muistammehan kaikki legendaarisen suorituksen, jossa eräs juoksija lähti suorittamaan 50km kotirataultraa juoksemalla keittiön pöydän ympäri toistuvasti. Vaikka yritys muistaakseni keskeytyi vammautumiseen noin 30km kohdalla, niin ilmiselvästi juostuksi matkaksi tuli se noin 30km ja GPS-mittari ei tätä olisi mitannut vaikka kattoo ei olisikaan ollut signaalia häiritsemässä.

Näillä esimerkeillä pyrin vain sanomaan, että GPS-mittarien valmistajat eivät ole määritelleet julkisesti mitä he tarkoittavat juoksijan kulkemalla matkalla ja mitä he yrittävät mittareillaan mitata. Käytännössä mittarivalmistajat ovat olettaneet tietyn mallin juoksulle ja sovittavat mittatuloksia tuohon malliin. Tämä menettely ei voi johtaa teoreettisesti hyväksyttävään malliin juoksumatkan määrittelylle. Koska kuitenkin mittarien tarkkuus on melko huono, niin käytännön merkitystä tällä asialla mittatulokseen tuskin on. Vaikka mittarivalmistajat eivät kerrokaan mitä he yrittävät mitata, niin mittatulokset on vielä aina sen verran epätarkka, että se on yhtä huono oli tavoite sitten mikä tahansa. Ehkä tämän takia mittarivalmistajat eivät ole nähneet tarpeelliseksi kertoa mitä he mittaavat.

Todetaan vielä lopuksi yksi sellainen mahdollinen määrittely kuljetulle matkalle, joka varmasti on myös GPS-mittarivalmistajien mielessä vaikka sitä ei erikseen olekaan sanottu. Kuljettu matka voitaisiin

määritellä jonkin kehon osan (kuten massakeskipisteen tai ranteen) liikkeenä mitattuna tietyn aikavälein. Eli esim. 1s välein mitataan ranteen (tai GPS-laitteen) paikka ja mitataan näin syntyneiden pisteiden muodostaman murtoviivan pituus. Valitsemalla riittävän pitkä mittaväli voidaan vähentää ei-toivottujen liikkeiden, kuten käden heilumisen tai vertikaalisen liikkeen, vaikutusta mittatulokseen. Näin saadaan matemaattisesti toimiva määritelmä juoksumatkalle ja se normaalisti vastaisi hyvin myös käytännön kokemuksta, mutta teoreettisesti tämä ei kuitenkaan ole kelvollinen määritelmä. Mitä lyhyempi valittu aikaväli on, niin sen enemmän ”väärät” liikkeet siellä kuitenkin vaikuttavat, ja mitä pitempi väli on, niin sitä enemmän juoksijan oletettuja liikkeitä rajoitetaan. Vaikka tästä teemasta kehitettäisiin minkälaisia variaatioita, niin raajojen heiluminen ja vertikaalinen liike eivät ole erotettavissa keittiön pöydän kiertämisestä ja maaston epätasaisuuksista.

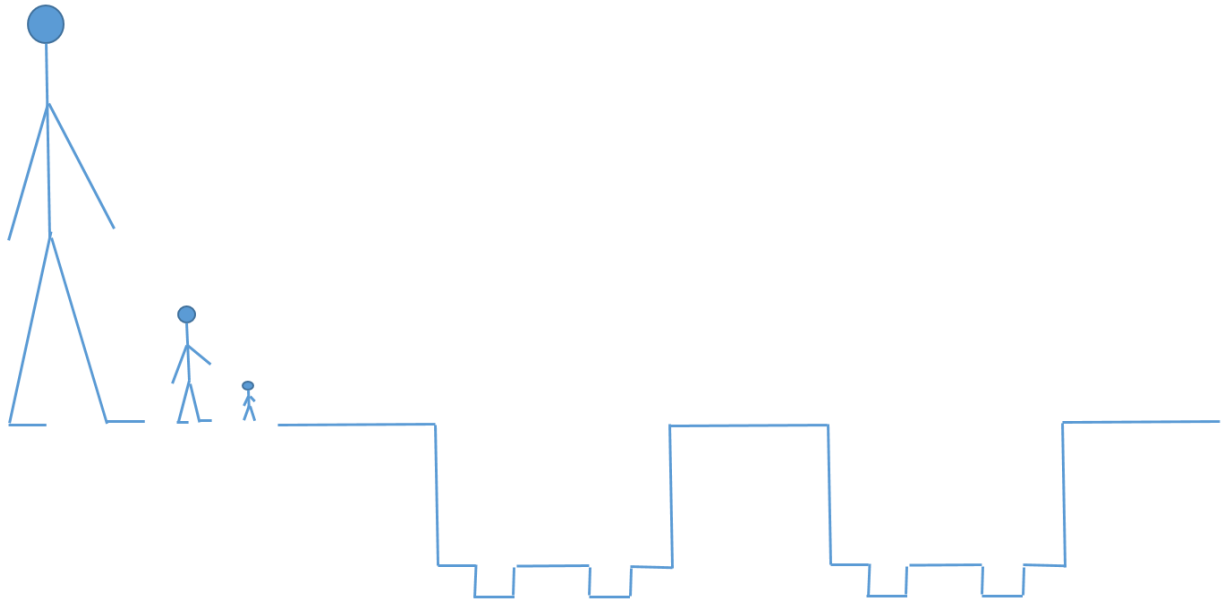
### Askelten käyttö kuljetun matkan määrittelyssä

Juoksija jättää normaalisti juostessaan ainakin virtuaalisen jäljen, eli askeleet osuvat maahan. Eikö tuota jälkeä voisi suoraan käyttää kuljetun matkan määrittelyyn? Tämä yksinkertainen ajatus on itse asiassa varsin toimiva vaikka se ei kaikkea ratkaisekaan.

Jalanjälkiin perustuva mittaus eliminoi ongelmat juoksun vertikaalisen liikkeen suhteen ja tuo laskuihin mukaan juoksualustan muodot oikealla tavalla. Jäljelle jää kuitenkin kaksi ongelmaa:

1. Kaksi jalkaa jättää jälkiä juoksusuuntaan nähden vasemmalle ja oikealle. Mittaamalla peräkkäisten askelten etäisyyksiä saadaan länkisääräiselle pitempi matka kuin oikeaoppisesti lähelle samaa linjaa askeleensa asettavalle vaikka juostaisiin suoraan eteenpäin. Tämä ei ole hyväksyttävissä.
2. Jälkien toisena ongelmana on juoksualustan mahdollinen epätasaisuus, jolloin jalan alla maasto voi vaihdella paljonkin. Ääritapauksena voisi olla juoksija, joka juoksee Grand Canyonin yllä harvaa riippusiltaa pitkin siten, että osa jalkapohjasta on sillalla ja osa ”tyhjän päällä”. Eli itse jäljen määrittely voi olla vaikeaa.

Seuraavassa kuvassa oleva esimerkki osoittaa askelten käytön tärkeyden juoksijan kulkeman matkan määrittelyssä. Kuvassa kolme erikokoista juoksijaa lähestyy kuoppaista maastoa. Heistä pitkäjalkaisin juoksee kuoppien yli niiden mitenkään häneen vaikuttamatta. Keskikokoinen juoksija juoksee isompien kuoppien pohjan kautta, mutta astuu pienempien kuoppien yli. Pienin juoksija joutuu juoksemaan kaikkien kuoppien pohjalta.



Järkevän kuljetun matkan mittarin pitää mielestäni heijastaa näitä eroja askelluksessa, eli pienin juoksija juoksee pisimmän matkan ja isoin juoksija lyhimmän matkan. Mittarissa ei käytännössä ole mielekästä kuitenkaan käyttää juoksijan kokoa tai askeleen pituutta parametrina, joten mittarissa on jotenkin käytettävä askeleen maakosketusta hyväksi. Voihan samankokoisistakin juoksijoista toinen astua kuoppaan ja toinen ei.

### Kuinka juostaan 2h-maraton?

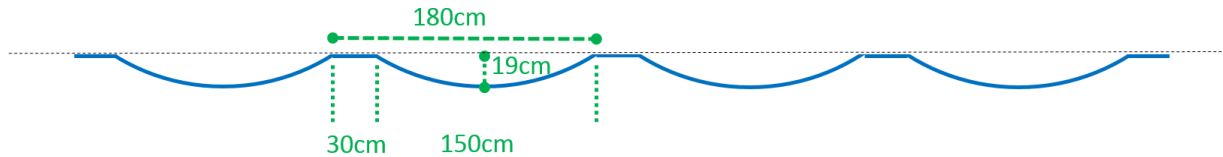
Edellisissä kappaleissa on esitetty joitakin näkökohtia juoksijan kulkemasta matkasta. Yksi hyvä tapa korostaa sitä, että reitin mitta ja juoksijan juoksema matka todella ovat käytännössäkin eri asioita, on spekuloida kuinka voitaisiin juosta sääntöjen mukainen 2h-alitus maratonilla jo nykyisten juoksijoiden toimesta.

Virallisen alle 2h ME:n juoksemiseen maratonilla vaaditaan seuraavaa:

- Yksi kenialainen 2.04-tason maratoonari, jonka luonnollinen askelpituus maratonvauhdissa on 180 cm. (Huom: joku muukin askelpituus kelpaa, mutta ratkaisun muutkin parametrit sitten vaihtuvat askelpituuden mukaan. Tässä esimerkissä käytän askelpituutta 180cm.)
- Mielellään pari osaavaa jänistä, joilla on sama 180cm askelpituus kuin sankarillamme.
- Yksi asfalttiteiden tekemiseen tarvittava laitteisto ja osaava miehistö sen käyttöön.
- Yksi tasainen 20389 metriä pitkä täysin tasainen suora maratonreittiä varten
- Yksi hyvä doping-asiantuntija (esim. Oregon-projektista lainattuna)
- Kaksi A-tason maantiereittien mittaajaa
- Järjestävä SUL:n jäsenseura, joka osaa täyttää kaikki ME:n ratifioimiseen tarvittavat lomakkeet ja hoitaa muunkin byrokratian (esim. Wihan kilometrit ry)

Näin varustettuna voidaan aloittaa projekti. Kaiken avaimena on reittisuunnittelu. Maraton juostaan edestakaisena reittinä lähtö- ja maaliviivan ollessa samassa paikassa. Reitin pohjaksi luodaan 20389 metriä pitkä suora, joka muokataan loiville painanteille kuvan mukaisesti. Yksi painanne on 19cm syvä ja ympyrän kaaren osan muotoinen (ympyrän säde noin 157,5 cm). Painanteen pituus suoraan mitattuna

on 150cm. Painanteita erottaa toisistaan 30 cm mittainen tasainen osuus. Tämä painanteiden ja tasaisten osuuksien sarja toistuu reitillä 180 cm:n välein kuvan mukaisesti. Reitillä 20389 metrin mittaiselle suoralle tulee 11327 painannetta. Lopuksi painanteinen tie asfaltoidaan, jotta se olisi IAAF:n sääntöjen mukaisesti päällystetty.



Yksittäisinä tapauksina tuollaiset painanteet voivat hyvinkin esiintyä hieman huonoon kuntoon päässeillä asfaltiteillä (ainakin Suomessa). On tietysti poikkeuksellista löytää tien pätkä, jossa näitä painanteita on säännöllisesti, mutta ei mikään sääntö niitä erityisesti kiellä ja olisikin vaikeaa määritellä päällystetyille tielle reitin tasaisuuden kelpoisuusindeksi. Ajoväylällä tuollaiset painanteet vastaavat jollain lailla hidastekumpareita ja useat isotkin maratonreitit kulkevat erilaisten korokkeiden tai hidasteiden yli.

Kun reitti on valmisteltu, niin Wihan kilometrit järjestää virallisen kisan kaikkien taiteen sääntöjen mukaan. Reitti mittaautetaan A-tason reitinmittaajalla, joka toteaa edestakaisen reitin mitaksi 42195 metriä. Reitinhän on täysin mitattavissa pyörällä ja siinä ei ole mittauksen kannalta mitään erikoista. Kukin painanne tuo reitille mittaa lisää hieman yli 6cm verrattuna suoraan vedetyllä teräsmittalla tehtyyn mittaukseen. Niinpä 11327 painannetta edestakaisin juostuna tuottaa "lisämatkaa" 1418 metriä.

Seuraavaksi doping-asiantuntijan kanssa varmistetaan etukäteen, että mahdollinen kenialaisemme kiellettyjen aineiden käyttö ei enää kisan aikana näy testeissä.

Kisa onkin sitten helppo. Jänisten avustamana kenialainen sankarimme juoksee koko matkan tasaista 2:56/km-vauhtia (eli aikaan 2:04 tähtäävää maratonvauhtia) välttämällä painanteita ja astuen 180cm välein reitillä oleville 30cm levyisille tasaisille alueille. Tämä on hänen luonnollinen askelrytminsä ja juoksijan kannalta painanteet eivät vaikuta juoksuun millään lailla. Maaliviiva ylittyy ajassa 1:59:50 ja kansa juhlii.

Doping-testit tehdään ja Wihan kilometrit täyttää tarvittavat lomakkeet ME:n ratifioimiseksi. Reitti vielä tarkistusmitataan ja toinenkin A-luokan mittaaja toteaa sen oikean mittaiseksi ja sääntöjen mukaiseksi.

IAAF toki kokoontuu tämän jälkeen hätäkokoukseen ja muuttaa katujuoksujen reitien sääntöjä estämään tämän tyyppiset reitit jatkossa. Estäminen tehdään vaatimalla reittien olevan "tasaisia" ja tasaisuuden tulkinta jätetään IAAF:n pomojen tehtäväksi.

### [Odotuksia kuljetun matkan pituuden määritelmälle](#)

Ennen kuin teen ehdotukseni juoksussa kuljetun matkan määrittelemiseksi esitän tässä vielä yhteenvetona joukon vaatimuksia hyvälle määrittelylle.

- Kuljetun matkan mitan on oltava järkevässä suhteessa kehon liikkeeseen juoksun aikana. Jos keho etenee pitkän matkan (vaikkapa juoksurataa kiertäen), niin tuloksena on oltava pitkä matka.
- Jos jalat eivät liiku, niin kuljettu matka on 0. Paikallaan juoksu ei tuota kuljettua matkaa.



- Kaikki edestakainenkin todellinen liike tuottaa kuljettua matkaa vaikka edestakainen liike olisi kuinka lyhyttä.
- Askeleen korkeus ja juoksijan maastosta riippumaton ylös-alas-liike eivät vaikuta kuljetun matkan mittaan.
- Askeleen pituus ei suoraan vaikuta kuljetun matkan mittaan, mutta voi vaikuttaa maaston muotojen kautta.
- Askeleen leveys (=jalkojen etäisyys toisistaan suoraan juostessa) ei vaikuta kuljetun matkan mittaan, mutta todelliset sivulle otetut askeleet vaikuttavat.
- Maaston muodot vaikuttavat suoraan kuljettuun matkaan, eli maastosta johtuva korkeussuuntainen liike lasketaan mukaan matkaan kaikissa tapauksissa vaikka se tapahtuisi joka askeleella.
- Maaston muotojen seuraamisen takia myös upottavassa maastossa (kuten suolla) juoksu pidentää matkaa verrattuna kovalla alustalla juoksuun, kunhan askelten vajoaminen alustalla vaihtelee askeleesta toiseen.

### Ehdotus juostun matkan pituuden määritelmäksi

Juostun matkan yksinkertaisessa määrittelyssä on siis ratkaisematon ristiriita: Juoksijan jonkin kehon osan liikkuman matkan käyttö määritelmänä ei onnistu, koska juoksijan ylös-alas-liikettä tai kehon osien "turhaa" liikettä ei pysty tyydyttävästi eliminoimaan. Toisaalta juoksualustan pinnan muotojen epämääräisyydet estävät määrittelyn pelkästään juoksureitin perusteella. Näin ollen määritelmän on oltava jonkinlainen yhdistelmä alustan ja juoksijan kehon liikkeen suhteen. Olen vakuuttunut siitä, että hyvä määritelmä perustuu askelten maakosketusten käyttämiseen määritelmän pohjana.

Ehdotan, että kansainväliset stardardointijärjestöt hyväksyvät viralliseksi juoksijan juokseman matkan mitaksi seuraavan määritelmän:

Määritellään ensin  $n$ s. kosketuspiste  $k$  siten, että se on juoksijan askeleen alin piste (=lähinnä maapallon keskipistettä oleva piste), jossa juoksijan jalka (tai yleisemmin keho) käy maakosketuksen aikana. Maakosketukseksi lasketaan vain todellinen askel, jossa painoa varataan maakosketuksessa olevalle jalalle (tai muulle kehon osalle). Näin siis heilahdusvuorossa olevan jalan mahdollisia painottomia maakosketuksia ei oteta huomioon. Juoksukengät ja kaikki juoksijan mukana kulkema varustus tulkitaan tässä määritelmässä olevan osa juoksijaa. Näin määriteltynä jokainen juoksijan askel tuottaa yhden yksiselitteisen kosketuspisteen ja koko lenkki tuottaa sarjan kosketuspisteitä  $k_1, k_2, k_3, \dots, k_N$ .

Kosketuspisteen lisäksi määritellään kosketushetki, joka on se ajan hetki  $t$ , jolloin kosketuspiste syntyy. Juostu lenkki siis tuottaa myös sarjan kosketushetkiä  $t_1, t_2, \dots, t_N$ .

Juoksumatkalle tarvitaan mitan määrittelyä varten tietysti alku- ja loppupiste. Juoksun aloittaminen ja lopettaminen ovat juoksijan itsensä mielivaltaisesti valitsemissa tapahtumissa, kuten esimerkiksi ajanoton aloittaminen ja lopettaminen lenkillä. Juoksu alkaa juoksijan oman valinnan mukaan ensimmäisestä kosketuspisteestä  $k_1$  ja päättyy viimeiseen kosketuspisteeseen  $k_N$ . Kisassa juoksumatkan alkupisteeksi määrittyy viimeisin kosketushetki  $k_1$  ennen kisan starttia ja loppupisteeksi määrittyy ensimmäinen kosketuspiste  $k_N$  kisan maaliviivan ylityksen tai muun kisan päättymistavan jälkeen.

Seuraavaksi määritellään kosketushetken juoksuosuunta, joka on juoksijan massakeskipisteen hetkellinen nopeus  $\vec{s}_n$  kosketushetkellä  $t_n$ . Ja määritellään vielä juoksijan paikka  $p_n$  juoksijan massakeskipisteen paikaksi kosketushetkellä  $t_n$ .

Näin juoksussa kutakin askelta numero  $n$  kohti syntyy kolme täsmällisesti määriteltyä arvoa: kosketuspiste  $k_n$ , juoksijan paikka  $p_n$  ja juoksunopeus  $\vec{s}_n$ . Seuraavaksi määritellään taso  $A_n$ , joka kulkee maapallon keskipisteen ja juoksijan paikan  $p_n$  kautta ja on saman suuntainen kuin juoksuun  $\vec{s}_n$ . Kullekin kosketuspisteelle tulee siis näin määriteltyä oma tasonsa. Seuraavaksi kosketuspisteet  $k_n$  projisoidaan kohtisuoraan määriteltyyn tasoon  $A_n$ . Kukin kosketuspiste siis projisoidaan omaan tasoonsa. Näin juoksulenkki tuottaa yksikäsitteisen sarjan projisoituja kosketuspisteitä  $k'_n$ .

**Juoksumatkan pituudeksi määritellään näin syntyvien projisoitujen kosketuspisteiden kautta piirretyn murtoviivan pituus  $k'_1, k'_2, \dots, k'_N$ .** Näin määritelty juoksumatka on matemaattisesti täysin tarkka ja täyttää kaikki asettamani ehdot ja tuottaa "järkevä" tuloksen.

Määritelmä on käyttökelpoinen kaikille jalan tapahtuville etenemismuodoille (juoksu, kävely, hyppely yhdellä jalalla, hyppely tasajalkaa jne). Koska tämä pohdinta on tehty nimenomaan juoksua varten, niin normaalissa tapauksessa kosketuspisteen tuottaa aina jalka askelkosketuksessa ja näin määritelmä on myös helppo ymmärtää. Määritelmä on silti täysin toimiva myös vaikka käsilläkävelyyn tai konttaamiseen, kun kosketuspisteeksi lasketaan aina minkä tahansa kehon osan painollinen varaaminen maahan. Juoksussakin mahdolliset kaatumiset tuottavat kosketuspisteitä muista kehon osista kuin jaloista.

Yllä esitetty määritelmä on kuvattu perustapauksessa, jossa juoksu tapahtuu maapallon suhteen levossa olevassa koordinaatistossa. Tämän käsittelyn kannalta voidaan myös olettaa maapallon koordinaatiston olevan käytännössä inertiaalikoordinaatisto. Määritelmää voidaan hyvin soveltaa kaikissa muissakin maapallolla olevissa inertiaalikoordinaatistoissa. Oletetaan, että juostaan juoksumatolla tai muussa tasaisessa liikkeessä olevassa kulkuneuvossa (laiva, juna jne), jonka nopeus maapallon inertiaalikoordinaatistoon verrattuna on  $\vec{v}$ . Ennen juoksumatkan määritelmän soveltamista tuossa liikkuvassa koordinaatistossa on siinä määriteltyjen kosketuspisteiden  $K_n$ , juoksijan paikkojen  $P_n$  ja juoksuuntien  $\vec{S}_n$  arvot muunnettava Galilein muunnoksella maapallon inertiaalikoordinaatistoon:

$$k_n = K_n - \vec{v}t_n$$

$$p_n = P_n - \vec{v}t_n$$

$$\vec{s}_n = \vec{S}_n - \vec{v}$$

Muunnosta varten on luonnollisestikin määriteltävä ajanhetki  $t_0$ , jolloin molempien koordinaatistojen origot linjataan yhteneviksi. Muunnoksen jälkeen voidaan määritellä projisointitasot  $A_n$  ja projisoidut kosketuspisteet  $k'_n$  ja laskea juoksumatkan pituus kuten perustapauksessa on esitetty. Näin määritelmä tuottaa järkevä tuloksen myös matolla ja tasaisesti liikkuvissa kulkuneuvoissa.

Järkevä juoksumatkan määrittely muissa kuin inertiaalikoordinaatistoissa on joko mahdotonta tai ainakin erittäin vaikeaa. Yksinkertaisinta olisi kansainvälisissä laeissa kieltää juoksu harrastus muissa kuin inertiaalikoordinaatistoissa, koska exceliin ei saa kirjattua ymmärrettävää juoksun mitta. Sen verran voidaan kuitenkin joustaa, että juoksumaton vauhdin vaihtelu (tai maltillisesti vaihteleva vauhti liikkuvissa kulkuneuvoissa) hyväksytään ja matkaksi määritellään approksimaatio, jossa vaihtuvavauhtinen lenkki jaetaan useaan lähes tasavauhtiseen osaan ja kullekin lenkin osalle lasketaan

matka erikseen. Sen sijaan lenkkeily vaikkapa kansainvälisellä avaruusasemalla tai vapaassa pudotuksessa olevassa lentokoneessa on syytä kieltää.

Vaikka määritelmä on tehty vain maapallolla juostuja lenkkejä varten, niin se on tarvittaessa helposti laajennettavissa muihin planeettoihin ja taivaankappaleisiin, kunhan niillä on oma merkittävä painovoimakenttensä.

Valitettavasti on vaikea kuvitella kuinka tämän määritelmän mukaista juoksumatkaa voisi käytännössä suoraan mitata ilman merkittävää lisäkehitystä anturitekniologioissa. Oleellisempaa kuitenkin on se, että määritelmä on järkevä ja sitä voi approksimoida erilaisilla mittaustavoilla. Esimerkiksi yksi hyvä tapa approksimoida juostua matkaa on käyttää ranteessa kuljetettavaa GPS-mittaria.